सेट-I

प्रश्न पत्र का डिज़ाइन

गणित कक्षा 9

समय : 3 घंटे **अधिकतम अंक : 80**

प्रश्न पत्र की विभिन्न विमाओं के लिए अंकों का वितरण या भार (महत्व) निम्नलिखित प्रकार से होगा:

1. विषय-वस्तु/विषय इकाई के भार

क्रम संख्या	इकाई	अंक
1.	संख्या पद्धतियाँ	06
2.	बीजगणित	20
3.	निर्देशांक ज्यामिति	06
4.	ज्यामिति	22
5.	मेन्सुरेशन	14
6.	सांख्यिकी और प्रायिकता	12

2. प्रश्नों के प्रकार के भार

क्रम संख्या	प्रश्न के प्रकार	प्रत्येक प्रश्न के अंक	प्रश्नों की संख्या	कुल अंक
1.	MCQ	01	10	10
2.	SAR	02	05	10
3.	SA	03	10	30
4.	LA	06	05	30
		योग	**30**	**80**

3. विकल्पों की योजना

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं, अर्थात् व्यापक तौर पर कोई विकल्प नहीं है। यद्यपि 3 अंक वाले दो प्रश्न और 6 अंक वाले एक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

4. प्रश्नों का कठिनाई स्तर भार

क्रम संख्या	प्रश्नों के अनुमानित कठिनाई स्तर	अंकों का प्रतिशत
1.	सरल	20
2.	औसत	60
3.	कठिन	20

टिप्पणी :

कोई भी प्रश्न कठिनाई स्तर में व्यक्तियों के अनुसार बदल सकता है। वैसे तो, प्रत्येक प्रश्न से संबंधित मूल्यांकन परीक्षा देने वाले संपूर्ण समूहों से व्यापक अपेक्षाओं के आधार पर प्रश्न पत्र बनाने वाले व्यक्ति/शिक्षक द्वारा किया जाएगा। यहाँ जो कुछ दिया गया है वह केवल प्रश्न पत्र को भारों के आधार पर संतुलित बनाने के लिए है न कि किसी स्तर पर अंक योजना का पैटर्न निर्धारित करने के लिए।

ब्लू प्रिंट

गणित कक्षा 9

प्रश्नों के प्रकार → विषय इकाई ↓	MCQ	SAR	SA	LA	योग
संख्या पद्धतियाँ	1 (1)	2 (1)	3 (1)	–	6 (3)
बीजगणित बहुपद, दो चरों वाले रैखिक समीकरण	1 (1)	4 (2)	9 (3)	6 (1)	20 (7)
निर्देशांक ज्यामिति	1 (1)	2 (1)	3 (1)	–	6 (3)
ज्यामिति यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय, रेखाएँ और कोण, त्रिभुज, चतुर्भुज, क्षेत्रफल, वृत्त, रचनाएँ	4 (4)	–	6 (2)	12 (2)	22 (8)
मेन्सुरेशन क्षेत्रफल, पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	2 (2)	–	6 (2)	6 (1)	14 (5)
सांख्यिकी और प्रायिकता	1 (1)	2 (1)	3 (1)	6 (1)	12 (4)
योग	**10 (10)**	**10 (05)**	**30 (10)**	**30 (05)**	**80 (30)**

सारांश

बहु विकल्पीय प्रश्न (MCQ)	प्रश्नों की संख्या : 10	अंक : 10
तर्क के साथ संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न (SAR)	प्रश्नों की संख्या : 05	अंक : 10
संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न (SA)	प्रश्नों की संख्या : 10	अंक : 30
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (LA)	प्रश्नों की संख्या : 05	अंक : 30
योग	**30**	**80**

गणित कक्षा 9

समय : 3 घंटे **अधिकतम अंक : 80**

सामान्य निर्देश :

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

2. प्रश्न पत्र में चार खंड अ, ब, स और द हैं। खंड अ में 10 प्रश्न हैं और प्रत्येक 1 अंक का है, खंड ब में 5 प्रश्न हैं और प्रत्येक 2 अंक के हैं, खंड स में 10 प्रश्न हैं और प्रत्येक 3 अंक के हैं तथा खंड द में 5 प्रश्न हैं और प्रत्येक 6 अंक के हैं।

3. व्यापक तौर पर कोई विकल्प नहीं है। यद्यपि 3 अंक वाले दो प्रश्न तथा 6 अंक वाले एक प्रश्न में आंतरिक विकल्प प्रदान किए गए हैं।

4. रचनाएँ स्वच्छ तथा ठीक दिए हुए मापनों के अनुसार होनी चाहिए।

5. कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

खंड अ

प्रश्न 1 से 10 में प्रत्येक में उत्तर के चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही विकल्प लिखिए –

1. प्रत्येक परिमेय संख्या होती है एक

(A) प्राकृत संख्या (B) पूर्णांक
(C) वास्तविक संख्या (D) पूर्ण संख्या

2. बिंदु (2, 4) की x-अक्ष से दूरी है

(A) 2 इकाई (B) 4 इकाई (C) 6 इकाई (D) $\sqrt{2^2+4^2}$ इकाई

3. बहुपद $(x^3 + 7)(3 - x^2)$ की घात है :

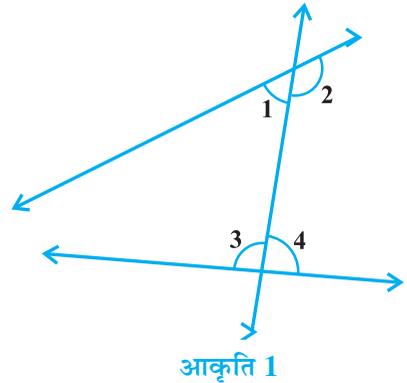
(A) 5 (B) 3
(C) 2 (D) –5

4. आकृति 1 में यूक्लिड की पाँचवीं अभिधारणा के अनुसार, योग 180° से कम वाले कोणों का युग्म है

(A) 1 और 2 (B) 2 और 4
(C) 1 और 3 (D) 3 और 4

आकृति 1

5. 13 cm त्रिज्या वाले वृत्त के केंद्र से 12 cm की दूरी पर स्थित जीवा की लंबाई है :

(A) 5 cm (B) 12 cm (C) 13 cm (D) 10 cm

6. यदि एक गोले का आयतन संख्यात्मक रूप से उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर है तो उसका व्यास है :

(A) 2 इकाई (B) 1 इकाई (C) 3 इकाई (D) 6 इकाई

7. एक त्रिभुज की दो भुजाएँ 5 cm और 13 cm हैं तथा इसका परिमाप 30 cm है। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल है :

(A) 30 cm^2 (B) 60 cm^2 (C) 32.5 cm^2 (D) 65 cm^2

8. निम्नलिखित में से कौन एक घटना की आनुभविक प्रायिकता नहीं हो सकती:

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 0 (D) 1

9. आकृति 2 में, यदि $l \parallel m$ है, तो x का मान है:

(A) 60 (B) 80

(C) 40 (D) 140

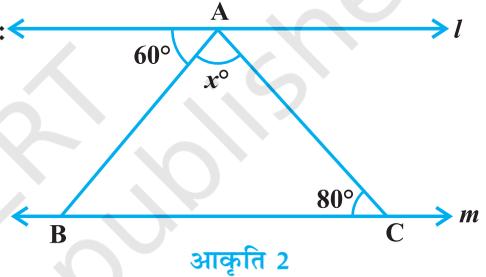
आकृति 2

10. एक समांतर चतुर्भुज के विकर्ण :

(A) बराबर होते हैं

(B) परस्पर समद्विभाजित करते हैं

(C) परस्पर लंब होते हैं

(D) परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं

खंड ब

11. क्या – 5 एक परिमेय संख्या है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

12. बिना $p(5)$ ज्ञात किए, ज्ञात कीजिए कि क्या $(x-5)$, $p(x) = x^3 - 7x^2 + 16x - 12$ का एक गुणनखंड है? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

13. क्या (1, 8) समीकरण $y = 3x + 5$ का एक मात्र हल है? कारण दीजिए।

14. x-अक्ष पर उसकी धनात्मक दिशा में मूल बिंदु से 4 इकाई की दूरी पर स्थित बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए और अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

15. दो सिक्कों को एक साथ 500 बार उछाला जाता है। यदि दो चित 100 बार आए, एक चित 270 बार आए तथा 130 बार कोई भी चित न आए, तो एक या एक से अधिक चित प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। अपने उत्तर के लिए कारण भी दीजिए।

खंड स

16. निम्नलिखित व्यंजक को सरल कीजिए :

$$\left(\sqrt{3}+1\right)\left(1-\sqrt{12}\right)+\frac{9}{\sqrt{3}+\sqrt{12}}$$

अथवा

$0.12\overline{3}$ को $\frac{p}{q}, q \neq 0$, के रूप में व्यक्त कीजिए, जहाँ p और q पूर्णांक हैं।

17. सत्यापित कीजिए कि :

$$x^3+y^3+z^3-3xyz=\frac{1}{2}(x+y+z)\left[(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\right]$$

18. k का मान ज्ञात कीजिए, यदि $(x-2)$, $4x^3+3x^2-4x+k$ का एक गुणनखंड है।

19. उस चतुर्थांश को लिखिए जिसमें निम्नलिखित प्रत्येक बिंदु स्थित है :

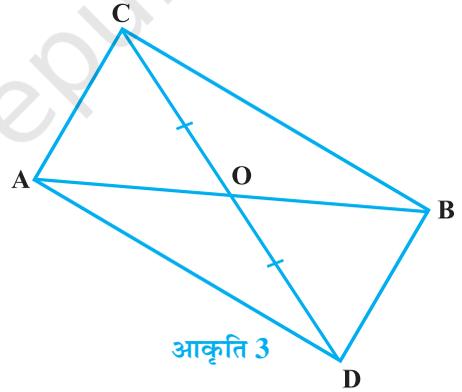
(i) (–3, –5)

(ii) (2, –5)

(iii) (–3, 5)

साथ ही, कार्तीय तल में इन्हें अंकित करके अपने उत्तर का सत्यापन कीजिए।

20. आकृति 3 में, ABC और ABD एक ही आधार AB पर स्थित दो त्रिभुज हैं। यदि रेखाखंड CD रेखाखंड AB द्वारा O पर समद्विभाजित होता है, तो दर्शाइए कि क्षेत्रफल (Δ ABC) = क्षेत्रफल (Δ ABD) है।

आकृति 3

21. समीकरण $3x+2=2x-2$ को हल कीजिए तथा प्राप्त हल को कार्तीय तल में निरूपित कीजिए।

22. एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका आधार 12 cm है तथा इसके कर्ण और अन्य भुजा की लंबाइयों का अंतर 8cm है। साथ ही, रचना के चरणों का औचित्य भी दीजिए।

23. एक चतुर्भुज ABCD में, AB = 9 cm, BC = 12 cm, CD = 5 cm, AD = 8 m और $\angle C = 90°$ है। ΔABD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

24. गरम पानी द्वारा गरम रखने वाले एक संयंत्र में, 35 m लंबाई और 10 cm व्यास वाला एक बेलनाकार पाइप है। इस संयंत्र में गरम होने वाले कुल पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक आयताकार हॉल का परिमाप 150 m है। यदि 10 रु प्रति m^2 की दर से इसकी चारों दीवारों पर पेंट कराने का व्यय 9000 रु है, तो हॉल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

25. तीन सिक्कों को एक साथ 200 बार उछाला जाता है तथा विभिन्न परिणामों की निम्नलिखित बारंबारताएँ प्राप्त होती हैं

परिणाम	3 पट	2 पट	1 पट	कोई पट नहीं
बारंबारता	20	68	82	30

यदि इन तीन सिक्कों को एक बार और उछाला जाए, तो 3 से कम पटों को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

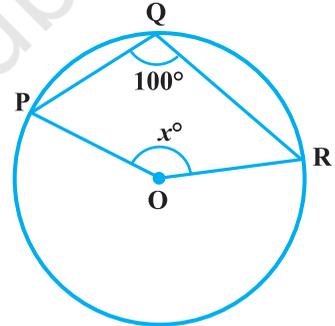
खंड द

26. एक शहर में टैक्सी का किराया निम्नलिखित प्रकार से है :

प्रथम किलोमीटर के लिए किराया 10 रु है तथा उसके बाद की दूरी के लिए यह किराया 6 रु प्रति km है। तय की गई दूरी x km और कुल किराया y रु लेते हुए, इस सूचना के लिए एक रैखिक समीकरण लिखिए और उसका आलेख खींचिए। इस आलेख से 4 km की दूरी तय करने का किराया ज्ञात कीजिए।

27. सिद्ध कीजिए कि एक समद्विबाहु त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं। इस परिणाम का प्रयोग करते हुए, एक समकोण त्रिभुज का $\angle B$ ज्ञात कीजिए जिसमें $\angle A$ समकोण है तथा AB = AC है।

28. सिद्ध कीजिए कि वृत्त के किसी चाप द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण उसके द्वारा वृत्त के शेष भाग पर स्थित किसी बिंदु पर अंतरित किए गए कोण का दुगुना होता है।

इस परिणाम का प्रयोग करते हुए, आकृति 4 में x का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ O वृत्त का केंद्र है।

आकृति 4

29. गेहूँ की एक ढेरी शंकु के आकार की है जिसका व्यास 48m और ऊँचाई 7m है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए। यदि इस ढेरी को वर्षा से बचाने के लिए एक केनवास से ढका जाना है, तो आवश्यक केनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

किसी भवन का गुंबज एक खोखले अर्धगोले के आकार का है। इसके आंतरिक भाग पर 498.96 रु खर्च कर सफेदी कराई गई। यदि सफेदी कराने की दर 2.00 रु प्रति वर्ग मीटर है, तो इस गुबंज के अंदर वायु का आयतन ज्ञात कीजिए।

30. निम्नलिखित सारणी 400 नियोन लैंपों के जीवन काल को दर्शाती है।

जीवन काल (घंटों में)	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000
लैम्पों की संख्या	14	56	60	86	74	62	48

(i) इन आँकड़ों को एक आयत चित्र द्वारा निरूपित कीजिए।

(ii) कितने लैंपों का जीवन काल 600 घंटे से कम है?

अंक देय योजना

गणित कक्षा 9

खंड अ

अंक

1. (C)	**2.** (B)	**3.** (A)	**4.** (C)	**5.** (D)
6. (D)	**7.** (A)	**8.** (B)	**9.** (C)	**10.** (B)

$(1 \times 10 = 10)$

खंड ब

11. हाँ, $(\frac{1}{2})$

क्योंकि $-5 = \frac{-5}{1}$ तथा -5, 1 पूर्णांक हैं तथा $1 \neq 0$. $(1\frac{1}{2})$

12. $(x - 5)$ बहुपद $p(x)$ का गुणनखंड नहीं है $(\frac{1}{2})$

क्योंकि 5, –12 का गुणनखंड नहीं है $(1\frac{1}{2})$

13. नहीं, $(\frac{1}{2})$

क्योंकि, $y = 3x + 5$ के $(-1, 2), (2, 11)$ इत्यादि जैसे अनेक हल हैं। $(1\frac{1}{2})$

14. $(4, 0)$ $(\frac{1}{2})$

क्योंकि x-अक्ष पर स्थित किसी बिंदु के निर्देशांक $(x, 0)$, होते हैं, जहाँ x उसकी मूलबिंदु से दूरी है। $(1\frac{1}{2})$

15. $p = \frac{37}{50}$ $(\frac{1}{2})$

क्योंकि एक या एक से अधिक चित की बारंबारता = 100 + 270 = 370

अत: P (एक या एक से अधिक चित) $= \frac{370}{500} = \frac{37}{50}$ $(1\frac{1}{2})$

खंड स

16. $\left(\sqrt{3}+1\right)\left(1-\sqrt{12}\right)+\frac{9}{\sqrt{3}+\sqrt{12}}$

$=\left(\sqrt{3}-\sqrt{36}+1-\sqrt{12}\right)+\frac{9}{\sqrt{12}+\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}-\sqrt{3}}$ (1)

$=\left(\sqrt{3}-5-\sqrt{12}\right)+\frac{9\left(\sqrt{12}-\sqrt{3}\right)}{(12-3)}$ (1)

$=\left(\sqrt{3}-5-\sqrt{12}\right)+\left(\sqrt{12}-\sqrt{3}\right)=-5$ (1)

अथवा

मान लीजिए कि $x=0.12\overline{3}=0.123333...$

अत:, $100x=12.\overline{3}$ (1)

तथा $1000x=123.\overline{3}$ $(\frac{1}{2})$

अत:, $900x=111$, अर्थात्, $x=\frac{111}{900}$ $(1\frac{1}{2})$

17. बायाँ पक्ष $= x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)\left(x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz\right)$ (1)

$=\frac{1}{2}(x+y+z)\left(2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2xz\right)$ $(\frac{1}{2})$

$=\frac{1}{2}(x+y+z)\left[\left(x^2+y^2-2xy\right)+\left(x^2+z^2-2xy\right)+\left(y^2+z^2-2xz\right)\right]$ (1)

$=\frac{1}{2}(x+y+z)\left[(x-y)^2+(z-x)^2+(y-z)^2\right]$ $(\frac{1}{2})$

18. जब $(x-2)$, $p(x)=4x^3+3x^2-4x+k$, का एक गुणनखंड है, तो $p(2)=0$ (1)

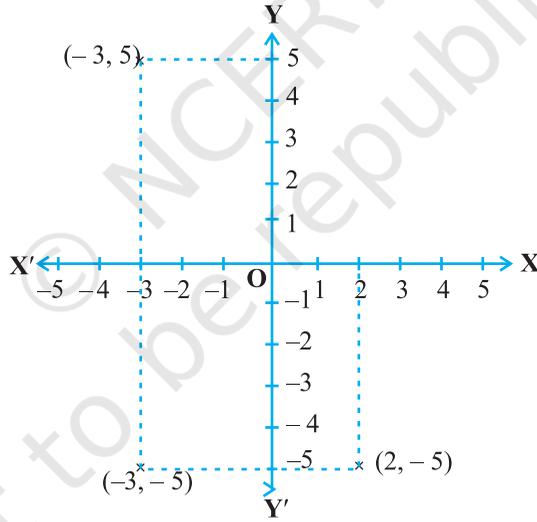
अतः, $4(2)^3+3(2)^2-4(2)+k=0$ (1)

या $32+12-8+k=0$, अर्थात् $k=-36$ (1)

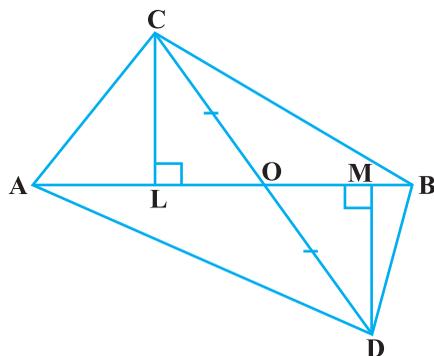
19. $(-3,-5)$ तीसरे चतुर्थांश में स्थित है।

$(2,-5)$ चौथे चतुर्थांश में स्थित है।

$(-3,5)$ दूसरे चतुर्थांश में स्थित है। $(\frac{1}{2}\times 3 = 1\frac{1}{2})$

सही बिंदु अंकित करने के लिए $(\frac{1}{2}\times 3 = 1\frac{1}{2})$

20. CL ⊥ AB और DM ⊥ AB खींचिए। $(\frac{1}{2})$

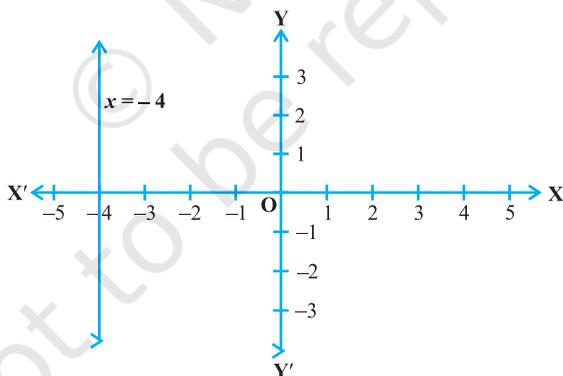
$\Delta COL \cong \Delta DOM$ (AAS) $(\frac{1}{2})$

अतः, CL = DM $(\frac{1}{2})$

अत:, क्षेत्रफल (Δ ABC) = $\frac{1}{2}$AB · CL ($\frac{1}{2}$)

= $\frac{1}{2}$AB · DM ($\frac{1}{2}$)

= क्षेत्रफल (Δ ABD) ($\frac{1}{2}$)

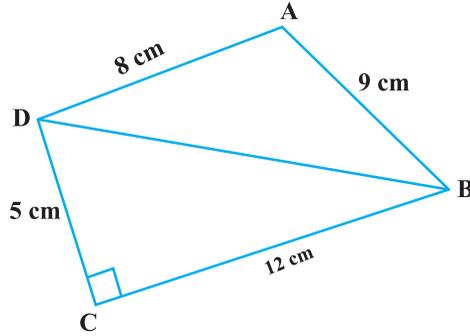
21. $3x + 2 = 2x - 2$

अर्थात् $3x - 2x = -2 - 2$, अर्थात् $x = -4$ (1)

(2)

22. सही ज्यामितीय रचना के लिए (2)

औचित्य देने के लिए (1)

23. BD = $\sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ cm प्राप्त करना (1)

$s = \frac{13+9+8}{2} = 15$ cm ($\frac{1}{2}$)

$\Delta ABD = \sqrt{(15)(15-13)(15-8)(15-9)}$

$= \sqrt{840} = 28.98 \text{ cm}^2$

$= 29 \text{ cm}^2$ (लगभग) $\quad (1\frac{1}{2})$

24. गरम होने वाला पृष्ठ = बेलन का वक्र पृष्ठ $\quad (\frac{1}{2})$

$= 2\pi rh$ $\quad (\frac{1}{2})$

$= 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{5}{100} 35 \text{ m}^2$ $\quad (1\frac{1}{2})$

$= 11 \text{ m}^2$ $\quad (\frac{1}{2})$

अथवा

यदि l, b हॉल की क्रमशः लंबाई, चौड़ाई निरूपित करते हैं

तो $2(l+b) = 150 \text{ m}$ $\quad (\frac{1}{2})$

चारों दीवारों का क्षेत्रफल = $2(l+b)h$, जहाँ h ऊँचाई है $\quad (1)$

अतः, $2(l+b)h \times 10 = 9000$ $\quad (\frac{1}{2})$

या $(150)h(10) = 9000$, अर्थात $h = 6 \text{m}$

अतः, हॉल की ऊँचाई = 6 m $\quad (1)$

25. अभिप्रयोगों की कुल संख्या = 200 $(\frac{1}{2})$

परिणाम 3 से कम अभिप्रयोगों की बारंबारता

= 68 + 82 +30 = 180 (1)

अत: वाँछित प्रायिकता = $\frac{180}{200} = \frac{9}{10}$ $(1\frac{1}{2})$

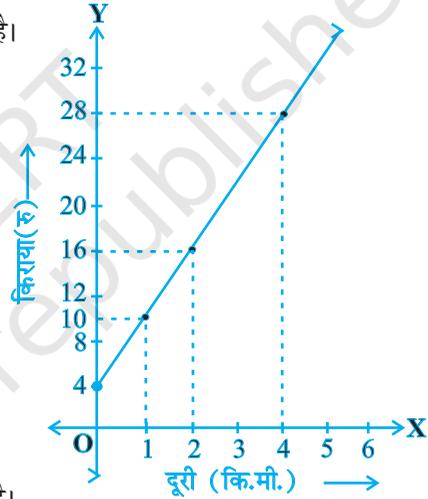
खंड द

26. मान लीजिए कि तय की गई दूरी x km है तथा x km के लिए कुल किराया $= y$ रु है।

अत:, $10 + 6(x-1) = y$ (2)

या $6x - y + 4 = 0$ (1)

x	0	1	2
y	4	10	16

(2)

आलेख से, जब $x = 4, y = 28$ है

अत: 4 km की दूरी के लिए किराया 28 रु है। (1)

27. सही दिया है, सिद्ध करना है, रचना और आकृति के लिए $(\frac{1}{2} \times 4 = 2)$

सही उपपत्ति के लिए (2)

क्योंकि $\angle B = 90°$, अत:, $\angle A + \angle C = 90°$ $(\frac{1}{2})$

AB = AC से प्राप्त होता है: $\angle A = \angle C$ (1)

अत: $\angle A = \angle C = 45°$ $(\frac{1}{2})$

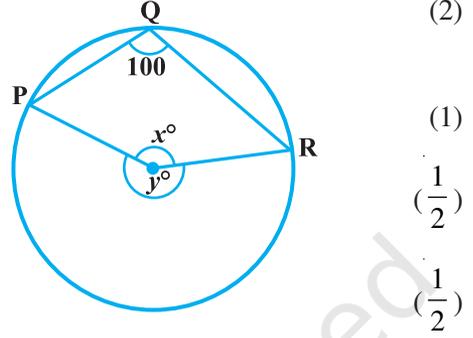
28. सही दिया है, सिद्ध करना है, रचना और आकृति के लिए $(\frac{1}{2} \times 4 = 2)$

सही उपपत्ति के लिए (2)

क्योंकि $\angle PQR = 100°$

अत:, $\angle y = 200°$ (1)

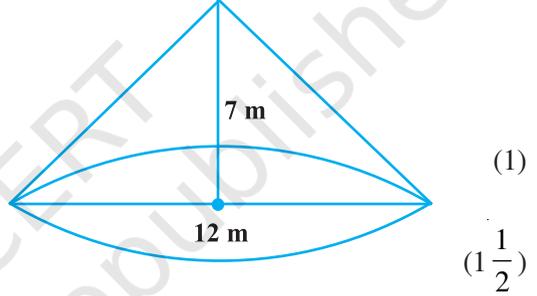
क्योंकि $\angle x + \angle y = 360°$ $(\frac{1}{2})$

अत:, $\angle x = 360° - 200° = 160°$ $(\frac{1}{2})$

29. शंक्वाकार ढेरी की त्रिज्या $= 24$ m

ऊँचाई = 7 m

आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (1)

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 24 \times 24 \times 7\ m^3$ $(1\frac{1}{2})$

$= 4224\ m^3$

केनवास का क्षेत्रफल = शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi rl$ $(\frac{1}{2})$

जहाँ $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{625} = 25\text{m}$ (1)

अत; क्षेत्रफल $= \frac{22}{7} \times 24 \times 25 = 1885.7\ m^2$ (2)

अथवा

कुल लागत = 498.96 रु, दर = 2 रु प्रति m^2

अत; क्षेत्रफल $= \frac{498.96}{2} = 249.48\ m^2$ $(1 + 1 = 2)$

यदि r त्रिज्या है, तो

$2\pi r^2 = 249.47$, अर्थात् $r^2 = 249.48 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$ (1)

अर्थात् $r^2 = \frac{567 \times 7}{100}$ जिससे $r = 6.3$ m प्राप्त होता है (1)

अतः गुंबज का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{63}{10}^{\,3}$ (1)

$= 523.91 \text{ m}^3$ (1)

30. सही आयत चित्र बनाने के लिए (4)

600 से कम जीवन काल वाले लैंपों की संख्या

$= 14 + 56 + 60 = 130$ (2)